

Die Aufgaben können Sie gerne bei Cihan-Marcel Brandt abgeben!

→ Postfach 151 in V3-128.

Bei Fragen: Cihans Büro ist in V7-133. Peters Büro ist in V4-111.

## Aufgabenblatt 6

### Aufgabe 1

Konvergieren diese Folgen? Wenn ja: was ist der Grenzwert?

- (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^3}$       (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{7 - \frac{2}{n}}$       (c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$  (*Hinweis* : Stetigkeit!)
- (d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \frac{15}{n}\right)$       (e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|\sin(n)|}{n}$  (*Hinweis*:  $|\sin(n)| \leq 1$ )

### Aufgabe 2

Manchmal muss man, um Grenzwerte berechnen zu können, erst vereinfachen. Es gibt oft Situationen, in denen ein Grenzwert aus einem Quotienten besteht, bei dem sowohl der Zähler als auch der Nenner zum Beispiel gegen Unendlich konvergieren:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2}$$

Hier wachsen sowohl der Zähler  $n$  als auch der Nenner  $n^2$  ins Unendliche, wenn  $n \rightarrow \infty$ . Allerdings wächst der Nenner viel *schneller* als der Zähler<sup>1</sup>! Also würden wir erwarten, dass der Grenzwert Null ist, und das ist auch so:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Berechnen Sie:

- (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n^4}$       (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{7n^2}$       (c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 14n - 2}{7n^2 - 19n + 8}$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$  (*Hinweis* : Binomische Formel!)
- (e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^3 - a^3}{x}$  (*Hinweis* : Nutzen Sie :  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ )

Achtung: In Teil (d) und (e) werden die Grenzwerte für  $x \rightarrow 0$  betrachtet und nicht  $n \rightarrow \infty$ .

(Bitte wenden!) ↷

<sup>1</sup>Zum Beispiel ist für  $n = 1.000$  der Nenner  $n^2 = (1.000)^2 = 1.000.000$ .

**Aufgabe 3**

Begründen Sie mit Hilfe der Beispiele und Sätze aus der Vorlesung, warum die folgende Funktion stetig ist und auf welchem Definitionsbereich:

$$f(x) = \frac{1}{|\sin(x)|^2}$$